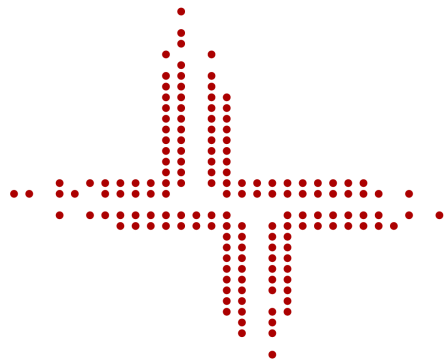


**h\_da**

HOCHSCHULE DARMSTADT  
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES



**fbi**

FACHBEREICH INFORMATIK

# Färben von Graphen

Wissenschaftliches Arbeiten in der Informatik

1

Vortrag von

Dimitri Neumann und Marcel Bös

29.06.2016

# Färben von Graphen

## Übersicht

- Geschichte
- Graphentheorie
- Färbungsproblem
- Anwendung in der Praxis
- Fazit

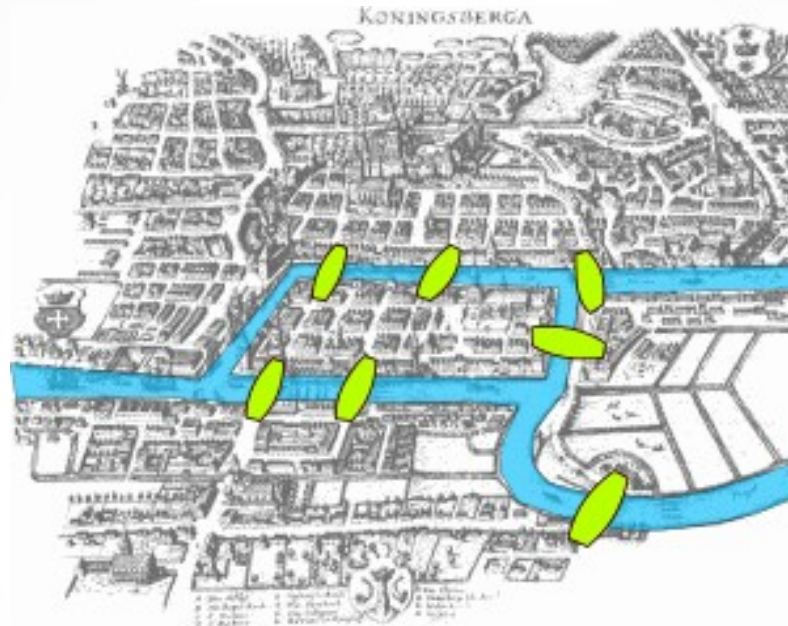
# Geschichte

- Die Anfänge moderner Graphentheorie im Jahre 1736.

## **Königsberger Brückenproblem**

„Bei jeder Stadtrundfahrt sollen alle Brücken nur einmal überquert werden.“

# Geschichte



Quelle: Bogdan Giuscă - Public domain (PD), based on the image, CC BY-SA 3.0,  
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=112920>

- Leonhard Euler (15. April 1707 - 7. September 1783) zeigte, dass das Problem nicht lösbar ist unter Zuhilfenahme von „Graphen“.

# Grundlagen

- Graph  $G = (V, E)$   
Menge **V** von **Knoten** (Objekte)  
Menge **E** von **Kanten** (Verbindungen)
- Andere Bezeichnung der Mengen  
Menge **V(G)** von Knoten (engl. **Vertices**)  
Menge **E(G)** von Kanten (engl. **Edges**)
- Zwei Knoten  $u$  und  $v$ , die durch eine Kante  $e=(u,v)$  verbunden sind, heißen adjazent oder benachbart.

# Grundlagen

- Beispiel eines Graphen  
Sei  $G$  ein Graph mit

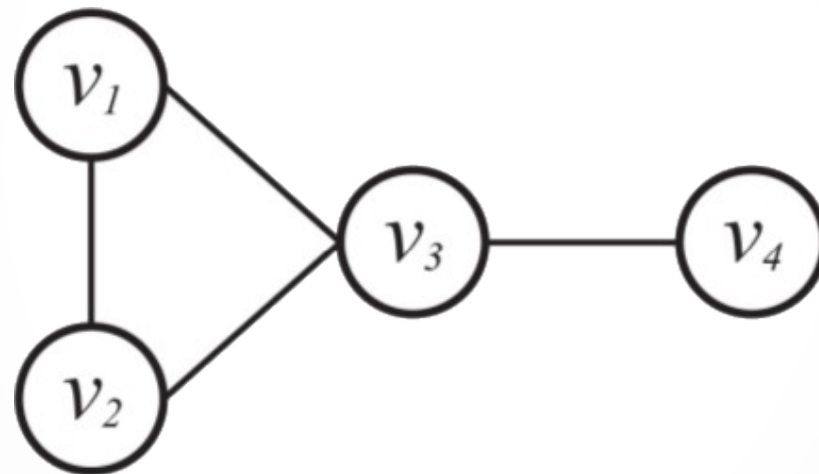
$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$$

und

$$E = \{(v_1, v_2), (v_1, v_3), (v_2, v_3), (v_3, v_4)\}$$

# Grundlagen

Abbildung: Graph G aus Beispiel



# Färbungsproblem

- Viele Problemstellungen aus der **Wissenschaft**, insbesondere der **Informatik**, können mit Hilfe von Färbungsproblemen beschrieben werden.
- Finden einer Lösung bestimmter Probleme ohne Färbungsalgorithmen meist zu **komplex**
- Reines „algorithmisches Ausprobieren“ führt nicht immer zu einer Lösung.

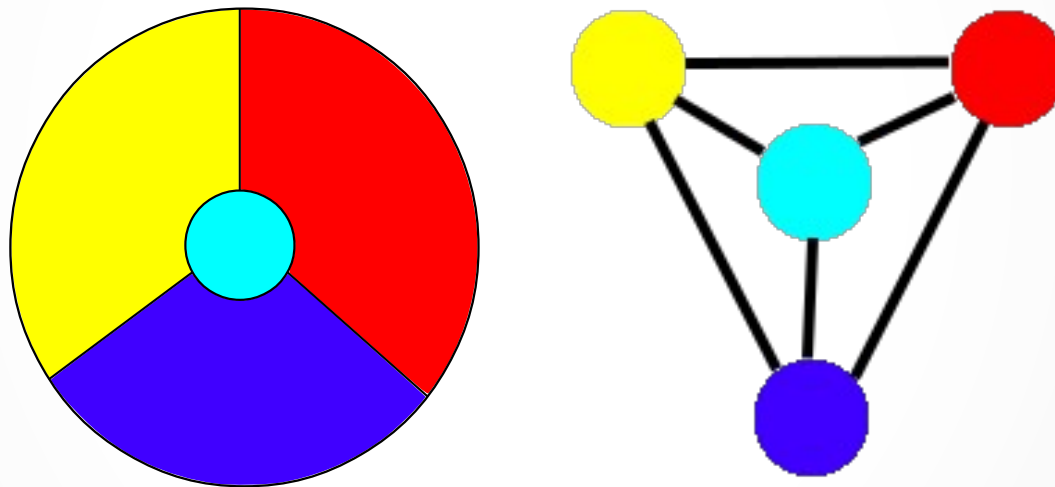


# Färbungsproblem

- Färbung  
Zuordnung von Farben (natürlichen Zahlen) zu jedem Knoten
- Problem
  1. Zwei **benachbarte** Knoten dürfen **nicht die gleiche Farbe** aufweisen.
  2. **Minimale** Anzahl an Farben erwünscht

# Färbungsproblem

Abbildung eines Vier-Farben-Problem



<https://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AFourcolorsmap.svg>

# Graphen in der Praxis

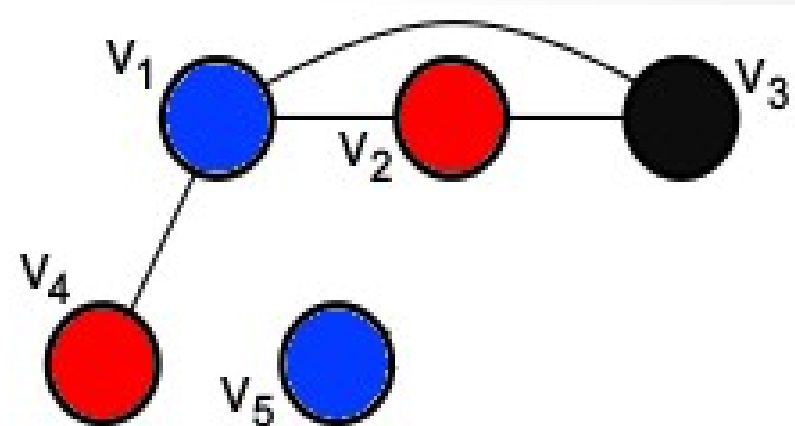
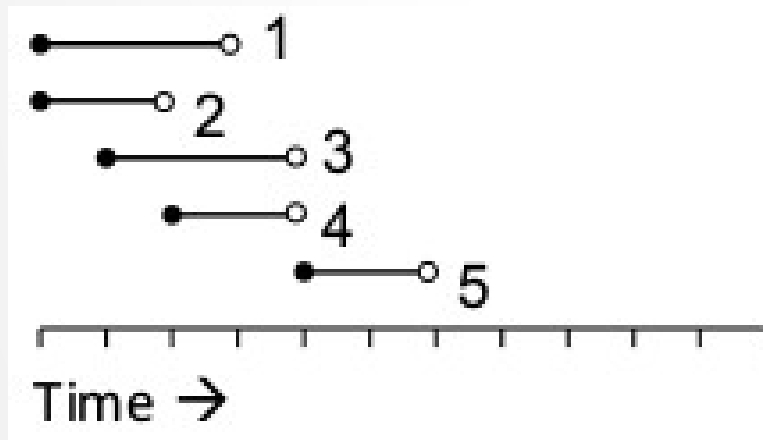
- Das Färben von Graphen kommt häufiger zum Einsatz, als man auf den ersten Blick denkt!
- Bekannte Probleme, die sich mit Färben von Graphen lösen lassen, sind
  - Stundenplanprobleme
  - Sudokus
  - Taxibestellungen

# Graphen in der Praxis

- Das Taxibestellungsproblem beschäftigt sich damit, wie viele Taxen man benötigt, um alle Bestellungen abzuarbeiten.
- Hierbei werden Bestellungen durch Knoten repräsentiert.
- Die Kanten zwischen zwei Knoten, also zwischen zwei Bestellungen, beschreiben eine zeitliche Überlappung.

# Graphen in der Praxis

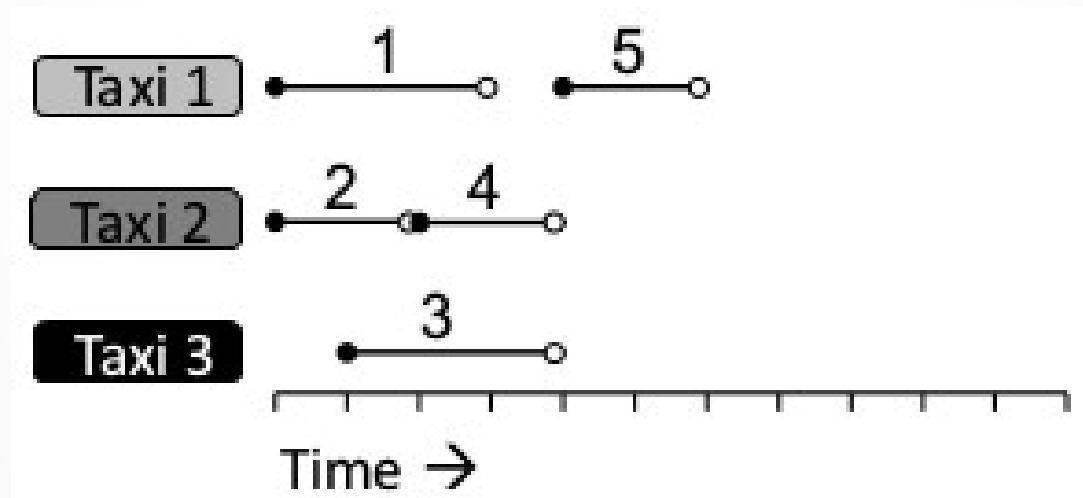
Bestellung	Uhrzeit
1	01:00 – 01:45
2	01:00 – 01:30
3	01:15 – 02:00
4	01:30 – 02:00
5	02:00 – 02:30



In Anlehnung an: Lewis - A Guide to Graph Colouring Algorithms and Applications (2015)

# Graphen in der Praxis

Man braucht also drei Taxen, um die Bestellungen zu bewältigen



In Anlehnung an: Lewis - A Guide to Graph Colouring Algorithms and Applications (2015)

# Fazit

- Das Färben von Graphen spielt für Probleme im Alltag eine große Rolle.
- Optimale Lösung nicht immer einfach zu berechnen. Eine Approximation liefert oft bereits gute Ergebnisse.

# Diskussionsrunde

Haben Sie noch Fragen?